

HACIA LA CONSTRUCCION DE UN TEMPLEX PARA ATRACTORES CLIMÁTICOS

El templex [Chaos 32(8), 083108 (2022)] es un objeto matemático que combina elementos de la topología algebraica y el análisis de series temporales para describir la estructura topológica de un flujo en el espacio de fases para un sistema dinámico. El templex permite identificar dinámicas cualitativamente distintas a partir de datos, un objetivo fundamental para comprender los atractores climáticos. Este trabajo propone construir un templex para cuatro tipos distintos de atractores coexistentes obtenidos para un acuaplaneta, que han sido diferenciados previamente utilizando homologías persistentes.

Palabras clave: topología caos clima datos

Conocimientos deseables

Nociones elementales de sistemas dinámicos y de lenguajes de programación (C++, python)

¿Qué podría aprender quien realice esta tesis?

El estudiante aprenderá nociones generales de geofísica, de topología algebraica aplicada a sistemas dinámicos y de análisis de datos para atractores climáticos.

Dirección de la tesis

*SCIAMARELLA, DENISSE
CIMA-IFAECI (FCEN-UBA)*

Contacto: denisse.sciamarella@cima.fcen.uba.ar

Más información en el pdf a continuación.

HACIA LA CONSTRUCCION DE UN TEMPLEX PARA ATRACTORES CLIMÁTICOS

Directora: Denisse Sciamarella

Las bases del análisis topológico para el estudio de los sistemas dinámicos se remontan a las contribuciones de Henri Poincaré, matemático, físico y filósofo de la ciencia, cuyos aportes tienen una enorme vigencia en distintos ámbitos de la matemática aplicada. Fue Poincaré quien advirtió, antes que nadie, el modo fundamental en que las soluciones de un sistema dinámico dependen de su topología.

La importancia de estos conceptos para las ciencias del clima, cuya definición no puede darse sin una comprensión adecuada del comportamiento a largo plazo de un sistema, no deja de aumentar frente a la emergencia que representa el cambio climático y el calentamiento global. El primer paso para explorar las propiedades de sistemas dinámicos como el clima terrestre consiste en identificar las distintas regiones del espacio de fases en las que evolucionan asintóticamente las trayectorias denominadas « atractores ».

Se ha demostrado que en un sistema climático existe la multiestabilidad. Cuando un sistema dinámico es multiestable, las soluciones para un valor dado de los parámetros internos pueden ser atraídas a diferentes regiones en el espacio de fases, para un mismo forzante y un nivel fijo de dióxido de carbono atmosférico. Esto significa que pueden co-existir varios atractores de características diferentes, y también significa que frente a ciertas perturbaciones, el sistema podría migrar de un atractor a otro, cambiando radical e irreversiblemente. Estas crisis endógenas suelen denominarse *tipping points* en dinámica del clima. Un ejemplo de tal cambio en el clima actual es la interrupción de la circulación de retorno en el Océano Atlántico.

Para estudiar el problema de la multiestabilidad en el clima, se utilizan configuraciones simplificadas en simulaciones numéricas basadas con modelos acoplados de atmósfera océano y hielo marino. Una de ellas considera un planeta de las dimensiones de la Tierra pero totalmente cubierto por agua. La búsqueda sistemática de atractores en un acuaplaneta ha permitido encontrar un número variable de atractores coexistentes, cada uno de ellos asociados a un clima diferente, que va desde condiciones de bola de nieve hasta un estado caliente en el que el hielo marino desaparece por completo.

Estos atractores han sido caracterizados en términos de la circulación oceánica, el transporte de calor, la nubosidad y la distribución de la temperatura del aire en superficie, y estimando una lista de cantidades globales promediadas y componentes del balance energético para revelar las retroalimentaciones no lineales dominantes en cada atractor. Estas descripciones se apoyan en el análisis de componentes principales y en magnitudes métricas tales como la dimensión instantánea del atractor, sin examinar, no obstante, su topología.

La topología permite describir, identificar y clasificar un atractor según sus rasgos estructurales predominantes en el espacio de fases. A diferencia de otros invariantes de un sistema dinámico, como los exponentes de Lyapunov o las dimensiones fractales, la topología permite dar cuenta del modo en que los procesos no lineales se combinan y se articulan para constituir un tipo determinado de atractor. Diferenciar topológicamente los atractores

climáticos que coexisten en el espacio de fases, resulta pues de gran interés. Para hacerlo, es preciso realizar un análisis topológico del atractor climático, expresado como una nube de puntos en un espacio multidimensional.

El uso de herramientas de la topología algebraica ha tenido un éxito sorprendente en el análisis y reconocimiento de patrones a partir de nubes de puntos. El método de mayor popularidad se denomina homologías persistentes y tiene numerosas aplicaciones a problemas científicos tales como la detección de patologías a través del procesamiento de imágenes en medicina. En ciencias del clima, se ha comenzado a investigar si las homologías persistentes pueden ser utilizadas para detectar ríos atmosféricos, es decir, regiones de la atmósfera con intenso transporte de agua integrado verticalmente.

En el campo del análisis de series temporales, la información sobre patrones cuasi-periódicos y cambios en la dinámica de un sistema ha sido estudiada analizando las homologías persistentes de embebidos utilizados para reconstruir el espacio de fases a partir de series temporales multivariable. Los resultados han demostrado ser útiles, en algunos casos, para proponer índices topológicos que permiten detectar cambios dinámicos en el curso de una medición.

La descripción topológica que se obtiene con las homologías persistentes examina una multiplicidad de estructuras llamadas complejos celulares, que se construyen a partir de una única nube de puntos haciendo variar un parámetro relacionado con la distancia entre los puntos de la nube, denominado parámetro de filtrado. Ninguno de estos complejos es representativo por sí solo de la estructura topológica de un atractor en el espacio de fases. No obstante, el conjunto de propiedades topológicas de los complejos que persisten a la variación del parámetro de filtrado, provee marcadores topológicos que describen los rasgos primarios de la nube de puntos, y en consecuencia, también de un atractor bajo esa forma.

En esta tesis, proponemos estudiar de qué manera es posible construir un único complejo celular simplificado que sintetice los rasgos topológicos persistentes de la nube de puntos bajo análisis, con el objeto de disponer de un complejo para cada uno de los atractores coexistentes para un acuaplaneta acoplado, denominados respectivamente, estado caliente, estado templado, estado frío y cinturón de agua. El estudio se apoyará en resultados de simulaciones numéricas reportados en 2019, utilizando series temporales asociadas a las siguientes variables escalares: temperatura del aire en superficie, humedad específica en la superficie, temperatura de la superficie del mar y precipitación. Dicho complejo celular, unido a un grafo que dé cuenta del flujo sobre las celdas, permitirá construir un *templex* para cada atractor climático.

El *templex* [Charó, Letellier & Sciamarella, *Chaos* 32, 083108 (2022)] puede verse como una especie de kirigami dinámico, un "dibujo recortado" hecho de piezas que encastran, teniendo en cuenta la dirección del flujo en el espacio de fases. Su descubrimiento proporciona un formalismo matemático largamente buscado para describir dinámicas cuya dimensión es superior a tres, como suele ocurrir con fenómenos reales como los flujos geofísicos.