

## **Marcos, muestreo y aplicaciones al procesamiento de señales e imágenes**

*La teoría de muestreo (sampling theory) se centra en la reconstrucción precisa de una señal continua a partir de sus muestras discretas. El teorema de muestreo de Nyquist-Shannon establece que una señal puede ser completamente reconstruida si se muestrea a una tasa que sea al menos el doble de su frecuencia máxima. Los marcos (frames), por otro lado, son una generalización de las bases ortogonales en espacios de Hilbert y permiten una representación redundante de señales, ofreciendo mayor flexibilidad y robustez frente al ruido y la pérdida de datos. En el procesamiento de señales, los marcos se utilizan para mejorar la estabilidad y eficiencia de la reconstrucción de señales, permitiendo una representación más eficiente y exacta en aplicaciones como la compresión de datos, la eliminación de ruido y la transmisión de información. La combinación de estas teorías permite el desarrollo de algoritmos robustos y eficientes para la manipulación y análisis de señales en diversas aplicaciones tecnológicas.*

**Palabras clave:** muestreo, marcos, teorema de Shanon, wavelets

### Conocimientos deseables

*Análisis Avanzado. Espacios con producto interno (Hilbert). Transformada de Fourier*

¿Qué podría aprender quien realice esta tesis?

*Fundamentos de la teoría del muestreo y marcos y aplicaciones al procesamiento de señales*

---

### Dirección de la tesis

*Cabrelli, Carlos  
Departamento de matemática, FCEyN*

Contacto: [carlos.cabrelli@gmail.com](mailto:carlos.cabrelli@gmail.com)

Más información en el pdf a continuación.

# Propuesta de Tesis de Grado para un Alumno Avanzado en Ciencia de Datos

## Estudio Teórico de la Teoría del Muestreo y Marcos en el Procesamiento de Señales

### Introducción

El análisis de las señales de muestreo y la teoría de los marcos, que fundamenta el procesamiento de señales discretas, es un campo esencial en la ciencia de datos. Esta tesis propone un estudio teórico de la construcción y manipulación de marcos de señales discretas, explorando sus fundamentos matemáticos y su relevancia en la ciencia de datos.

### Objetivos

1. **Analizar la Teoría del Muestreo:** Explorar los fundamentos matemáticos del teorema de Nyquist-Shannon y otras teorías de muestreo relevantes.
2. **Estudiar Marcos en Espacios de Hilbert:** Investigar la teoría de marcos, sus propiedades y aplicaciones en el procesamiento de señales.
3. **Relacionar Muestreo y Marcos:** Examinar cómo la teoría de marcos puede complementar y mejorar los métodos tradicionales de muestreo.

### Metodología

\* **Análisis Matemático:** Desarrollar un análisis matemático detallado de los conceptos centrales del muestreo y

los marcos utilizando herramientas de análisis funcional y teoría de espacios de Hilbert.

\* **Estudio Comparativo:** Comparar diferentes enfoques teóricos en el muestreo y el uso de marcos, evaluando sus ventajas y limitaciones desde una perspectiva matemática.

### Contenido Propuesto

#### 1. Fundamentos del Muestreo

- Definición y formulación del problema de muestreo.
- Teorema de Nyquist-Shannon: demostración y aplicaciones.
- Variantes del muestreo y sus implicaciones teóricas.

#### 2. Teoría de Marcos

- Definición de marcos en espacios de Hilbert.
- Propiedades de marcos: redundancia, estabilidad y robustez.
- Comparación con bases ortogonales y sistemas sobrecompletos.
- En especial en casos concretos como la teoría de wavelets.
- 

#### 3. Integración de Muestreo y Marcos

- Uso de marcos para mejorar la reconstrucción de señales muestreadas.
- Análisis de la redundancia en marcos y su impacto en el procesamiento de señales.
- Propuestas teóricas para combinar muestreo y marcos.
- 

### **Cronograma (4 Meses)**

- **Mes 1:** Revisión bibliográfica y formulación de objetivos específicos.
- **Mes 2:** Análisis matemático de la teoría del muestreo.
- **Mes 3:** Estudio detallado de la teoría de marcos.
- **Mes 4:** Integración de conceptos, aplicaciones la representación de imágenes, revisión de la tesis.

### **Recursos Necesarios**

Esta propuesta teórica, diseñada para completarse en cuatro meses, ofrece un enfoque riguroso y detallado para un alumno avanzado en ciencia de datos, garantizando un profundo entendimiento de los fundamentos y posibles innovaciones en el campo del procesamiento de señales.